Másodfokú egyenletek

1.) Van-e az egyenletnek irracionális megoldása?

Kezdeti feltétel: irracionális számok halmaza; Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: .

Mivel az egyenlet törtes alakú, ezért bővítsünk a nevezők legkisebb közös többszörösével

Amire figyelnünk kell az az, hogy a jobb oldalon lévő tagok kéttényezős szorzatok, így mindkettőnél csak az egyik tényezőt bővítjük a közös nevezővel:

Az egyenlet jobb oldalára érdemes rendeznünk:

Együtthatók:

Ennek gyökei: illetve

A feladat kérdésére a válasz: nincs irracionális megoldása az egyenletnek.

2.) Mennyi az egyenlet gyökeinek összege?

Kezdeti feltétel: valós számok halmaza; Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: .

Mivel az egyenlet törtes alakú, ezért bővítsünk a nevezők legkisebb közös többszörösével

Az egyenlet jobb oldalára érdemes rendeznünk:

Együtthatók:

Ennek gyökei: illetve

A feladat kérdésére a válasz: az egyenlet gyökeinek összege

3.) Ellenőrizze az egyenlet megoldásait!

Kezdeti feltétel: valós számok halmaza; Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből és amelyből .

Mivel az egyenlet törtes alakú, ezért bővítsünk a nevezők legkisebb közös többszörösével

Az egyenlet jobb oldalára érdemes rendeznünk:

Mivel hiányos másodfokú egyenletre vezetett, így a megoldó-képlet alkalmazása megkerülhető:

Ennek gyökei: illetve .

Ellenőrizve az lehetséges megoldást:

Bal oldal:

Jobb oldal:

Mivel megegyezik a két oldal helyettesítési értéke, ezért a megoldás megfelelő.

Ellenőrizve az lehetséges megoldást:

Bal oldal:

Jobb oldal:

Mivel megegyezik a két oldal helyettesítési értéke, ezért a megoldás megfelelő.

4.) Oldja meg a negatív egész számok halmazán az egyenletet!

Kezdeti feltétel: negatív egész számok halmaza; Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből és amelyből és

Mivel az egyenlet törtes alakú, ezért bővítsünk a nevezők legkisebb közös többszörösével

Az egyenlet jobb oldalára érdemes rendeznünk:

Együtthatók:

Ennek gyökei: illetve

A kapott gyökök közül egyik sem tesz eleget a feladat szövegének, így a válasz: nincs negatív egész megoldás.

5.) Oldja meg a pozitív egész számok halmazán az egyenletet! Ellenőrizze megoldását!

Kezdeti feltétel: pozitív egész számok halmaza; Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből tehát és amelyből .

A bal oldali első tört nevezőjében lévő szorzatalakra hozható.

Mivel az egyenlet törtes alakú, ezért bővítsünk a nevezők legkisebb közös többszörösével

Az egyenlet jobb oldalára érdemes rendeznünk:

Együtthatók:

Ennek gyökei: illetve utóbbi megoldás kizárható.

Ellenőrzés:

Bal oldal:

Jobb oldal:

Mivel megegyezik a két oldal helyettesítési értéke, ezért a megoldás megfelelő.

6.) Oldja meg a racionális számok halmazán az egyenletet! Megoldását ellenőrizze!

Kezdeti feltétel: racionális számok halmaza; Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből tehát és amelyből és amelyből .

A bal oldali első tört nevezőjében lévő szorzatalakra hozható.

Mivel az egyenlet törtes alakú, ezért bővítsünk a nevezők legkisebb közös többszörösével

Az egyenlet jobb oldalára érdemes rendeznünk:

Mivel hiányos másodfokú egyenletre vezetett, így a megoldó-képlet alkalmazása megkerülhető:

Ennek gyökei: illetve .

Ellenőrizve az lehetséges megoldást:

Bal oldal:

Jobb oldal:

Mivel megegyezik a két oldal helyettesítési értéke, ezért a megoldás megfelelő.

Ellenőrizve az lehetséges megoldást:

Bal oldal:

Jobb oldal:

Mivel megegyezik a két oldal helyettesítési értéke, ezért a megoldás megfelelő.

7.) Oldja meg a nempozitív számok halmazán az egyenletet! Megoldását ellenőrizze!

Kezdeti feltétel: nempozitív számok halmaza; Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből tehát és amelyből és amelyből .

A bal oldali első tört nevezőjében lévő szorzatalakra hozható; a bal oldali második tört nevezője alakra hozható, tehát a tört előtti előjel változik!

Mivel az egyenlet törtes alakú, ezért bővítsünk a nevezők legkisebb közös többszörösével

Az egyenlet jobb oldalára érdemes rendeznünk:

Együtthatók:

Ennek gyökei: illetve közülük az első megoldás kizárható.

Ellenőrzés:

Bal oldal:

Jobb oldal:

Mivel megegyezik a két oldal helyettesítési értéke, ezért a megoldás megfelelő.

8.) Oldja meg a nempozitív számok halmazán az egyenletet! Megoldását ellenőrizze!

Kezdeti feltétel: nempozitív számok halmaza; Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből tehát és amelyből és amelyből .

A bal oldali első tört nevezőjében lévő szorzatalakra hozható

Mivel az egyenlet törtes alakú, ezért bővítsünk a nevezők legkisebb közös többszörösével

Az egyenlet jobb oldalára érdemes rendeznünk:

Együtthatók:

Ennek gyökei: illetve amely megoldások esetén az elsőt kizárhatjuk a kezdeti feltétel miatt, a második megoldást pedig az alaphalmaz feltétel-vizsgálat miatt. Tehát a feladatnak nincs megoldása.

9.) Oldja meg a pozitív számok halmazán az egyenletet! Megoldását ellenőrizze!

Kezdeti feltétel: pozitív számok halmaza; Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből és amelyből és amelyből együtthatókkal a megoldó-képletbe történő helyettesítés alapján kapjuk, hogy és .

A jobb oldali tört nevezőjében lévő szorzatalakra hozható.

Mivel az egyenlet törtes alakú, ezért bővítsünk a nevezők legkisebb közös többszörösével

Az egyenlet bal oldalára érdemes rendeznünk:

Együtthatók:

Ennek gyökei: illetve az első megoldást az alaphalmaz feltétel-vizsgálat miatt kizárható. Ellenőrzés:

Bal oldal:

Jobb oldal:

Mivel megegyezik a két oldal helyettesítési értéke, ezért a megoldás megfelelő.

10.) Oldja meg az egész számok halmazán az egyenletet!

Kezdeti feltétel: egész számok halmaza; Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből tehát és amelyből és amelyből .

A bal oldali első és a jobb oldali tört nevezőjében lévő szorzatalakra hozható; a bal oldali harmadik tört nevezője alakra hozható, tehát a tört előtti előjel változik!

Mivel az egyenlet törtes alakú, ezért bővítsünk a nevezők legkisebb közös többszörösével

Az egyenlet bal oldalára érdemes rendeznünk:

Együtthatók:

Ennek gyökei: illetve mindkét megoldás kizárható a kezdeti feltétel miatt.

11.) Oldja meg a negatív egész számok halmazán az egyenletet!

Kezdeti feltétel: negatív egész számok halmaza; Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből és amelyből és amelyből és amelyből .

Mivel az egyenlet törtes alakú, bővítsünk a nevezők legkisebb közös többszörösével

Az egyenlet bal oldalára érdemes rendeznünk:

Együtthatók:

Ennek gyökei: illetve mindkét megoldás kizárható a kezdeti feltétel miatt.

12.) Oldja meg az egész számok halmazán az egyenletet! Ellenőrizze megoldását!

Kezdeti feltétel: egész számok halmaza; Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből valamint

amelyből és amelyből tehát .

A bal oldali első tört nevezője alakban; a jobb oldali első tört nevezője

a jobb oldali második tört nevezője

alakban írható, így a közös nevező, amellyel szorozzuk az egyenlet mindkét oldalát:

Az egyenlet jobb oldalára érdemes rendeznünk:

Együtthatók:

Ennek gyökei: illetve az első megoldás kizárható.

Ellenőrizve az lehetséges megoldást:

Bal oldal:

Jobb oldal:

Mivel megegyezik a két oldal helyettesítési értéke, ezért a megoldás megfelelő.

13.)

Szorozzuk a tört nevezőjével, mint legkisebb közös többszörössel:

Együtthatók:

Ennek gyökei: illetve

14.) Megoldásait a természetes számok halmazán keresse!

Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyől illetve amelyből valamint

amelyből tehát

Szorozzuk a tört nevezőjével, mint legkisebb közös többszörössel:

Együtthatók:

Ennek gyökei: illetve a kezdeti feltétel értelmében az utóbbi megoldás kizárható.

15.) Megoldásait a természetes számok halmazán keresse!

Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből illetve amelyből valamint amelyből továbbá amelyből

A jobb oldali első tört nevezőjében a tagok felcserélhetők, a második tört nevezőjében lévő sorrendi csere előjelváltást eredményez:

Szorozzuk a tört nevezőjével, mint legkisebb közös többszörössel:

Együtthatók:

Nincsenek valós gyökök.

16.) Megoldásait a természetes számok halmazán keresse!

Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelynél a leolvasott együtthatókkal helyettesítünk a megoldó-képletbe:

tehát ennek nincsenek valós gyökei. Illetve amelyből valamint amelynél a köbös tagok szorzattá alakítására vonatkozó nevezetes azonosságot alkalmazzuk: .

Szorozzuk a tört nevezőjével, mint legkisebb közös többszörössel:

Együtthatók:

Ennek gyökei: illetve a kezdeti feltétel értelmében az utóbbi megoldás kizárható.

17.)

Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből illetve amelyből

Szorozzuk a tört nevezőjével, mint legkisebb közös többszörössel:

Együtthatók:

Ennek gyökei: illetve

18.)

Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből illetve amelyből

Szorozzuk a tört nevezőjével, mint legkisebb közös többszörössel:

Együtthatók:

Ennek gyökei: illetve

19.)

Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből tehát illetve amelyből

Szorozzuk a tört nevezőjével, mint legkisebb közös többszörössel:

Együtthatók:

Ennek gyökei: illetve

20.)

Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből illetve amelyből valamint amelyből

Szorozzuk a tört nevezőjével, mint legkisebb közös többszörössel:

Együtthatók:

Ennek gyökei: illetve

21.)

Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből illetve amelyből valamint amelyből továbbá amelyből

Szorozzuk a tört nevezőjével, mint legkisebb közös többszörössel:

Együtthatók:

Ennek gyökei: illetve

22.)

Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből illetve amelyből vagy valamint amelyből vagy

Szorozzuk a tört nevezőjével, mint legkisebb közös többszörössel:

Együtthatók:

Ennek gyökei: illetve az utóbbit kizárhatjuk az alaphalmaz feltétel-vizsgálat miatt.

23.)

Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelynél a leolvasott együtthatókkal helyettesítünk a megoldó-képletbe:

tehát ennek nincsenek valós gyökei. Illetve amelyből valamint amelynél a köbös tagok szorzattá alakítására vonatkozó nevezetes azonosságot alkalmazzuk: .

Szorozzuk a tört nevezőjével, mint legkisebb közös többszörössel:

Együtthatók:

Ennek gyökei: illetve utóbbi nem tesz eleget az alaphalmaz feltétel-vizsgálatnak.

24.)

Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből illetve amelyből valamint amelyből

Szorozzuk a tört nevezőjével, mint legkisebb közös többszörössel:

Együtthatók:

Ennek gyökei: illetve

25.)

Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből illetve amelyből

Szorozzuk a tört nevezőjével, mint legkisebb közös többszörössel:

Ennek gyökei: illetve

26.)

Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből illetve amelyből valamint amelyből továbbá amelyből

Szorozzuk a tört nevezőjével, mint legkisebb közös többszörössel:

Ennek gyökei: illetve

27.)

Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből vagy illetve amelyből vagy valamint amelyből vagy

Szorozzuk a tört nevezőjével, mint legkisebb közös többszörössel:

Ennek gyökei: illetve az első nem tesz eleget az alaphalmaz feltétel-vizsgálatnak.

28.)

Alaphalmaz feltétel-vizsgálat: amelyből vagy illetve amelyből vagy

Szorozzuk a tört nevezőjével, mint legkisebb közös többszörössel:

Ennek gyökei: illetve amelyek közül az nem tesz eleget az alaphalmaz feltétel-vizsgálatnak.